Jean Devillard
6ème 1

le 29 avril 2009

Exposé Sur Pi

de
Jean Devillard

$$\pi$$

Plan de l'exposé

1. Introduction

Le nombre pi m’intéresse car c’est un nombre que je trouve intrigant : il porte un nom, on le désigne par une lettre grecque, on a l’impression qu’il parle de mathématiques mais aussi d’histoire, de l’Antiquité.
J’ai choisi ce sujet d’exposé car je ne connais que peu de choses au sujet de ce nombre, et que je voudrais que la classe et moi, nous profitions de cet exposé pour apprendre des choses nouvelles.
A la suite des recherches que j’ai menées sur ce sujet, j’ai découvert plusieurs aspects qui m’ont semblé particulièrement intéressants : la signification mathématique de ce nombre tout d’abord, et pourquoi il mérite un nom à lui ; ensuite, le mystère de ces décimales et de leurs calculs ; l’histoire de ces calculs ; enfin quelques moyens de retenir les premiers chiffres de ce nombre.

2. Un nombre bien étrange

Dans la nature, il n'existe que deux sortes de courbes pouvant être observées et réalisées exactement par l'Homme

I la droite
II le cercle.

La droite est facile à représenter avec un fil tendu, ou en regardant dans une direction donnée pour vérifier un alignement.
Le cercle s'observe lorsqu'une pierre tombe dans l'eau d'une mare, ou bien en observant le mouvement apparent du soleil autour de nous. On peut également facilement tracer un cercle avec un compas, ou en attachant un fil depuis un piquet fixe et en faisant un tour en gardant le fil tendu.
Ces deux courbes ont par là même été considérées comme des courbes idéales par nos ancêtres de l'Antiquité, les courbes réelles n'étant que des approximations de ces objets idéaux.

Or on a progressivement fait l'observation que, chaque fois que l'on comparait une grandeur liée à un cercle et la même grandeur liée à un segment de droite, on voyait apparaître un nombre étrange et constant, compris entre 3 et 3,5.

Ainsi, si le diamètre d'un cercle est 1, sa circonférence (périmètre) est égale à environ 3,14.
De même, un disque inscrit dans un carré de côté 2 a une surface d'environ 3,14.

Ce nombre a dès lors été appelé le nombre pi, noté par la lettre grecque du même nom π (toujours en minuscule), première lettre du mot périmètre; c'est le rapport constant entre la circonférence d'un cercle et son diamètre. Il est appelé aussi constante d'Archimède.

C'est parce que ce nombre est tellement important et utile dans la vie de tous les jours, que les Hommes ont décidé de lui donner un nom ; ceci est rarissime pour un nombre !

Il n'existe en effet que deux nombres connus dotés d'un nom :

I Le nombre pi (π)
II Le nombre e (voir annexe1), qui possède des propriétés particulières liées aux fonctions

exponentielles.

Des valeurs approchées courantes de π sont $\pi \approx 3{,}14$; $\pi \approx 3{,}1416$; $\pi \approx 22/7$

3. Des décimales sans logique

Le nombre π étant important à cause de ses nombreuses applications théoriques et pratiques, on n'aurait pas eu besoin de lui donner ce nom particulier si on avait pu le représenter de façon simple autrement.
Il existe a priori 3 façons simples de représenter un nombre :

- On peut l'écrire en notation décimale (quand c'est un nombre décimal)
- On peut l'écrire sous forme de fraction (quand c'est un nombre dit rationnel)
- On peut l'écrire sous forme simple lorsque c'est la solution d'une équation avec des coefficients entiers, comme par exemple $\sqrt{2}$, qui est une solution de l'équation $x^2=2$.

Cependant des mathématiciens ont démontré au cours des âges que π possédait un nombre infini de décimales ; qu'on ne pouvait pas le représenter à l'aide d'une fraction ; et qu'il n'était pas solution d'une équation algébrique simple.
On dit que π est un nombre ***irrationnel*** et ***transcendant*** car π n'est pas la racine d'un nombre entier.
Par ailleurs, le fait que π soit un nombre transcendant implique qu'il est impossible de résoudre le problème de la ***quadrature du cercle*** : c'est-à-dire qu'il est impossible de construire, à l'aide de la règle et du compas seulement, un carré dont la surface est rigoureusement égale à la surface d'un disque donné.

4. D'illustres découvreurs

Les premières approximations de π, découvertes sur des manuscrits mésopotamiens, donnent une valeur de 3, affinée plus tard à 3,125 soit 3 + 1/8.
Chez les Égyptiens on arrive à une approximation de 256/81, soit environ 3,16.
Archimède, chez les Grecs, semble être le premier à avoir démontré que c'est le même nombre qui sert de ratio entre, d'une part la circonférence d'un cercle et son diamètre, d'autre part la surface d'un disque et celle d'un carré ayant pour côté l'un de ses rayons. Il propose une approximation comprise entre 3 + 10/71 et 3 + 1/7.

Au Vème siècle Chine, un mathématicien estime π à : 355/113 soit 3,1415929 environ, soit déjà 6 décimales exactes.
En Perse, au XVème siècle on arrive à 14 décimales d'exactes !
Ensuite les progrès sont rapides, et après qu'Isaac Newton a atteint 16 décimales en 1665, on passe d'un coup à 100 décimales en 1706 à l'aide de la formule de M. Machin (voir annexe 2) (c'est son nom !).
En 1873, un mathématicien anglais calcule 707 décimales mais seules les 528 premières étaient exactes, malheureusement elles furent gravées au plafond du Palais de la Découverte telles quelles (l'erreur fut découverte et corrigée bien plus tard).
On en est actuellement à plus de 1 000 milliards de décimales, calculées grâce aux moyens des supercalculateurs.
Évidemment cette précision ne présente pas beaucoup d'intérêt pratique, elle démontre simplement la puissance de l'informatique et représente des records successifs.

5. Des moyens mnémotechniques

Pour retenir les premières décimales de π un auteur anonyme a composé le petit poème suivant, dont chaque mot donne successivement par sa longueur la valeur d'une décimale :

« Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
Immortel Archimède, artiste, ingénieur,
Qui de ton jugement peut priser la valeur ?
Pour moi ton problème eut de pareils avantages. »

Ce poème donne les 30 premières décimales de π.

On peut également retenir les principales approximations sous forme de fraction :

$$\pi \approx 3$$
$$\pi \approx 22/7$$
$$\pi \approx 256/81$$

6. Conclusion

Le nombre π mérite bien tout l'intérêt que j'y ai porté : en effet je suis assez fier d'avoir appris autant de choses différentes dans des domaines si différents, et touchant tant de périodes de l'histoire.
J'ai appris le nom de certains des découvreurs de π et que l'on était à 1000 000 000 000 de décimales connues grâce aux supercalculateurs. Le sujet du nombre π est donc à la fois antique et très moderne, très proche des technologies de pointe les plus récentes.
J'aurais pu parler de *e* et d'autres applications du nombre π dans différents domaines scientifiques, mais les explications que j'ai trouvées étaient trop difficiles à comprendre.
A la suite de cet exposé, je reste fasciné par les décimales de ce nombre, et je me demande ce qui se passe après les 1 000 000 000 000 premières décimales… ceci me donne le vertige.
J'aurais aussi envie d'en savoir plus sur les formules mathématiques que j'ai rencontrées et qui me sont restées incompréhensibles, comme ce qui se rapporte au nombre *e*.
Enfin j'ai beaucoup aimé en savoir plus sur les progrès de la science, et en particulier sur ce que savaient déjà nos ancêtres grecs et romains.

7. Bibliographie

- Article « Pi » dans l'encyclopédie en ligne Wikipedia
- « Le fascinant nombre pi », Jean-Paul Delahaye, éditions Belin
- « Obsession du nombre pi », Jean-Paul Delahaye, Pour la Science (janvier 1997)
- « Les Mystères des Nombres », dans Science et Vie Junior N°229, octobre 2008

8. Annexes

Annexe 1

J'ai trouvé deux explications sur le nombre « e », dit « constante d'Euler » ; l'une fait appel aux factorielles et l'autre aux logarithmes et aux exponentielles, et aucune n'avait de représentation graphique particulièrement simple ni compréhensible…

Annexe 2

Isaac Newton (1642-1727) est l'inventeur du calcul différentiel, il a aussi découvert la gravité universelle. Voilà la raison pour laquelle le nom d'Isaac Newton est utilisé pour désigner l'unité de force dans le système international. A sa mort, il est inhumé à l'Abbaye de Westminster. Newton fut l'inventeur génial d'une formule de calcul de π.

Annexe 3

John Machin (1680-1752), professeur d'astronomie à Londres découvre en 1706 une formule utilisant le développement de arctan(x) de Gregory qui lui permet d'identifier les 100 premières décimales de π